

ЭВОЛЮЦИЯ БЕЗРАЗМЕРНЫХ ЧИСЕЛ В МОДЕЛЯХ ГЕОДИНАМО

© 2018 г. М. Ю. Решетняк^{1, 2, *}

¹Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия

²Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), г. Москва, г. Троицк, Россия

*e-mail: m.reshetnyak@gmail.com

Поступила в редакцию 04.12.2017 г.

Используя известные оценки скорости роста твердого ядра и изменения длины дня, рассмотрена эволюция безразмерных чисел Экмана, Россби и Рэлея в модели композиционной конвекции в ядре Земли, определяющих баланс сил и эволюцию магнитного поля. Приведены различные сценарии эволюции на интервалах времени, сравнимых с возрастом ядра, как в прошлом, так и в будущем. В частности, показано, что в настоящее время интенсивность конвекции в жидком ядре продолжает возрастать. Это соответствует возрастанию частоты инверсий геомагнитного поля и переходу от дипольного поля к мультипольному. Уменьшение объема жидкого ядра приводит к снижению напряженности магнитного поля.

DOI: 10.1134/S0016794018040144

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные трехмерные модели геодинамо имеют дело с уравнениями тепловой и композиционной конвекции и уравнением генерации магнитного поля [Olson, 2007]. Если 20 лет назад вопрос стоял о принципиальной возможности генерации магнитного поля со свойствами, близкими к наблюдаемым на поверхности Земли [Glatzmaier and Roberts, 1995], то в настоящее время тренд исследований сместился в направлении создания правдоподобной физической модели жидкого ядра, включающей в себя процессы роста твердого ядра, влияния мантии на генерацию магнитного поля, изучения термодинамики и энергетики ядра [Braginsky and Roberts, 1995; Labrosse et al., 2001; Gubbins et al., 2004; Nimmo, 2007; Zhang and Zhong, 2011; Olson et al., 2010, Olson et al., 2013]. Для реалистичного моделирования процессов геодинамо необходимо сохранить баланс сил, который по нашим представлениям существует в жидком ядре Земли. Это весьма деликатная задача, поскольку не все имеющиеся параметры могут быть взяты в модели такими, какие они есть в ядре. В частности, коэффициенты диффузии настолько малы, что их использование потребовало бы моделирования турбулентности. Для гидродинамики, наиболее сложной части, речь идет о соотношении сил плавучести, вращения и эффектов диссипации. Поскольку геометрия жидкого ядра при росте твердого ядра меняется, то масштаб жидкого ядра также меняется во времени. Другим важным эволюционным параметром яв-

ляется изменение скорости вращения планеты под действием приливных сил. Последнее сводится к замедлению суточного вращения. Детали этого процесса являются предметом активных дискуссий [Denis et al., 2011]. Использование этой информации является ключевым для построения эволюционных моделей геодинамо.

Ограничиваясь периодом времени, когда твердое ядро уже существовало, удастся существенно упростить задачу: во-первых, можно пренебречь менее эффективной тепловой конвекцией. Во-вторых, наличие связи скорости роста твердого ядра с работой сил плавучести, которая далее преобразуется в энергию магнитного поля, приводит к сокращению числа независимых параметров системы.

Ниже, используя известные оценки скорости роста твердого ядра [Olson, 2008] и замедления суточного вращения Земли [Denis et al., 2011], мы рассмотрим различные сценарии эволюции безразмерных чисел, как в прошлое, так и в будущее на времена, сравнимые с возрастом твердого ядра. А также обсудим к чему могут приводить изменения данных параметров с точки зрения генерации магнитного поля и интерпретации некоторых результатов трехмерного моделирования.

2. УРАВНЕНИЯ ГЕОДИНАМО

Рассмотрим уравнения динамо для двухкомпонентной проводящей жидкости во вращающемся с угловой скоростью Ω вокруг вертикаль-

ной оси z сферическом слое (r_i, r_o) . Введя следующие единицы измерения для скорости $\mathbf{V}$, времени t , давления P и магнитного поля $\mathbf{B}$: $v/d, d^2/v, \rho v^2/d^2$ и $\sqrt{2\Omega\rho\nu\mu}$, где $d = r_o - r_i$ – единица длины, v – коэффициент кинематической вязкости, ρ – средняя по объему плотность вещества, μ – магнитная проницаемость, запишем систему уравнений динамики в сферической системе координат (r, θ, φ) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \text{Pm} \Delta \mathbf{B}, \quad \nabla \cdot (\bar{\rho} \mathbf{V}) = 0, \\ E \bar{\rho} \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right) &= -\nabla P - \mathbf{1}_z \times \mathbf{V} + \text{Ra} \bar{\rho} \chi \mathbf{1}_r + \\ &+ E \bar{\rho} (\Delta \mathbf{V} + \nabla \nabla \cdot \mathbf{V}) + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \\ \frac{\partial \chi}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \chi &= \text{Pr} \Delta \chi - 1, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\bar{\rho}(r)$ – радиальный профиль плотности, χ – концентрация легкой примеси и безразмерные числа: “композиционный” $\text{Pr} = \frac{D}{v}$ и магнитный

$\text{Pm} = \frac{\eta}{v}$ Прандтля, Экмана $E = \frac{v}{2\Omega L^2}$ и Рэлея

$\text{Ra} = \frac{\beta g_o \dot{\chi}_o d^5}{D v^2}$ [Olson, 2008], η – коэффициент магнитной диффузии, D – коэффициент диффузии для легкой примеси, $\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \chi}$ – коэффициент химического расширения, g_o – ускорение свободного падения. Наличие минус единицы в уравнении для χ связано с увеличением средней концентрации χ_o в ядре, см. подробнее [Olson, 2008].

Скорость изменения средней по объему концентрации легкой примеси связана со скоростью роста твердого ядра $\dot{r}_i$ соотношением [Olson, 2008; Driscoll and Olson, 2009]:

$$\dot{\chi}_o \sim -\chi_o \frac{3\chi_o r_i^2}{r_o^3} \dot{r}_i, \quad \chi_o \ll 1. \quad (2)$$

Для оценки вкладов разных эффектов в E и Ra удобна следующая запись [Driscoll and Olson, 2009]:

$$\frac{\dot{E}}{E} = -2\xi_1 - \xi_2, \quad \frac{\dot{\text{Ra}}}{\text{Ra}} = 5\xi_1 + \xi_3, \quad (3)$$

где $\xi_1 = \frac{\dot{d}}{d}$, $\xi_2 = \frac{\dot{\Omega}}{\Omega}$, $\xi_3 = \frac{\dot{\chi}}{\chi}$.

Далее нам понадобится информация о скорости роста твердого ядра $\dot{r}_i$ и изменении угловой скорости вращения планеты. Первую зависимость возьмем из [Driscoll and Olson, 2009]:

$$r_i(t) = r_i(0) \left(\frac{t - t_o}{-t_o} \right)^{2/3}, \quad (4)$$

где время t отсчитывается в единицах млрд лет. Начало отсчета соответствует значению $t_o < 0$, а $t = 0$ – настоящему времени, соответственно $r_i(0)$ – это современный радиус твердого ядра.

Изменение угловой скорости вращения планеты $\Omega = \frac{2\pi}{T_d}$ выразим через продолжительность дня [Denis et al., 2011]:

$$T_d = \begin{cases} 24 + 4.98t, & t \geq -0.64 \\ 21.435 + 0.974t, & t < -0.64, \end{cases} \quad (5)$$

где длина дня T_d дана в часах, а время t – в млрд лет.

Скорость роста твердого ядра определяется его возрастом t_o , который по современным оценкам находится в пределах 1–3 млрд лет, см. подробнее обзор работ в [Решетняк и Павлов, 2016]. На рисунке 1 приведено поведение величин ξ_1, ξ_2, ξ_3 для случая, когда твердое ядро образовалось 1 млрд лет назад, т.е. $t_o = -1$. Обратим внимание, что вклады рассмотренных трех параметров различаются по амплитудам: $|\xi_1| \gg |\xi_3| \gg |\xi_2|$. Их амплитуды в нашей модели, конечно же, зависят от возраста твердого ядра $|t_o|$: чем меньше $|t_o|$, тем больше $|\xi_1|$ и $|\xi_3|$. Величина ξ_2 считается независимой от r_i . Применительно к эволюции числа Экмана делаем вывод, что основной вклад в его рост, рис. 2а, вносит ξ_1 . Обратим внимание, что его вклад увеличивается еще и за счет квадрата масштаба, входящего в определение E , и дающего коэффициент 2 в (3). Для всех трех сценариев развития 1К3 отношение сил вязкости к силам вращения росло как в прошлом, так и будет продолжать расти в будущем.

Число Рэлея, см. рис. 2б, зависит от ξ_1 и ξ_3 , конкурирующих между собой, что приводит к появлению максимума, соответствующего 200 млн лет, 1 и 2 млрд лет в прошлом для возраста твердого ядра $|t_o| = 1, 2, 3$ млрд лет, соответственно. Для всех трех вариантов Ra убывает в настоящее время и будет продолжать это делать в будущем. Обратим внимание, что используемые оценки числа Рэлея для композиционной конвекции существенно превосходят значения для тепловой, см. подробнее [Olson, 2008].

Поскольку порог возникновения конвекции зависит от масштаба и скорости вращения, т.е. также эволюционирует, то для оценки интенсивности конвекции имеет смысл оценить отношение числа Рэлея к своему критическому значению, имеющему асимптотику $\text{Ra}^{\text{cr}} \sim E^{-4/3}$, см. рис. 3а. Тогда имеем, что интенсивность конвекции до настоящего времени возрастала. Для случая $|t_o| = 1$ в будущем эта тенденция сохранится еще один млрд лет, после чего это отношение начнет уменьшаться. Для двух других случаев

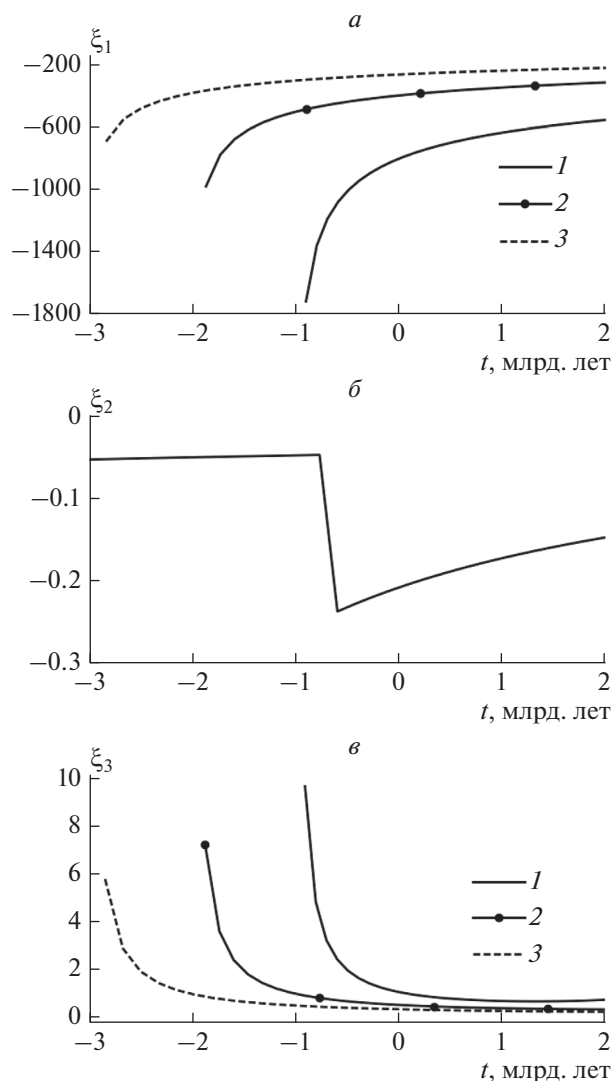


Рис. 1. Эволюция во времени ξ_1 (а), ξ_2 (б), ξ_3 (в). Цифрами (1, 2, 3) обозначен возраст твердого ядра $|t_o|$ в млрд лет.

рост будет продолжаться. Как и прежде, возраст твердого ядра $|t_o|$ влияет на скорость процессов: чем твердое ядро моложе, тем быстрее будут происходить дальнейшие эволюционные процессы.

Последний параметр, который мы рассмотрим, это число Россби Ro , равное отношению периода суточного вращения к характерному конвективному времени. Чем оно больше, тем меньше роль вращения, и тем более вероятны инверсии [Christensen and Aubert, 2006]. Эту величину можно получить из известной скейлинговой зависимости $Ro \sim (RaE^2)^{0.41}$ [Christensen and Aubert, 2006]. Для всех трех вариантов число Россби растет, т.е. вероятность инверсий магнитного поля возрастает. Более того, можно утверждать, что растет и вероятность перехода поля в мульти-

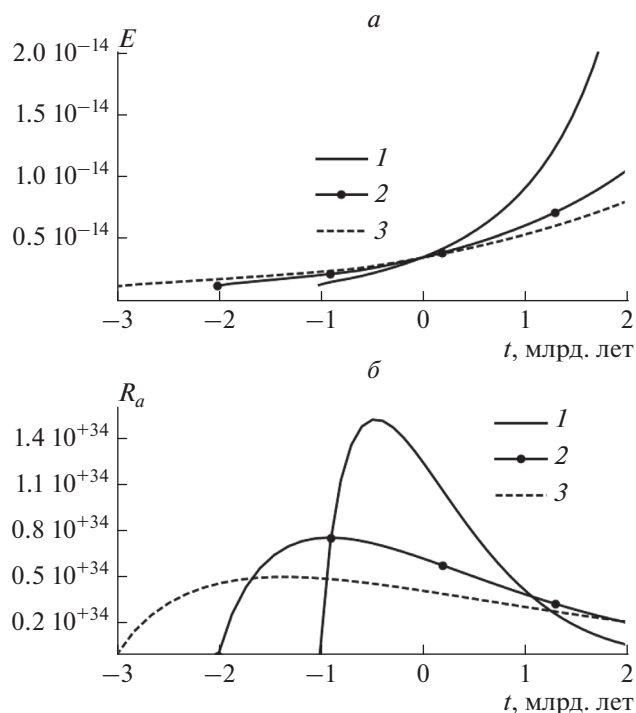


Рис. 2. Эволюция во времени числа Экмана E (а) и Рэлея Ra (б).

польное состояние, когда диполь уже не будет доминировать. Это свойство поля хорошо наблюдается в моделях динамо, когда масштаб конвективных ячеек и магнитного поля определяется толщиной жидкого ядра.

Для оценки изменения напряженности магнитного поля используем следующий скейлинг: $B \sim (Q_{CMB} d/r_i)^{1/3}$, полученный из формулы (48) в работе [Christensen, Aubert, 2006], где Q_{CMB} — значение теплового потока на границе ядро—мантия. Поскольку процессы в мантии медленнее, чем в ядре, то авторы предполагают, что Q_{CMB} меняется медленно. В этом случае все зависит от геометрии жидкого ядра. Интересно, что результат не зависит и от Ω . Согласно этой оценке рост твердого ядра приводит к ослаблению напряженности геомагнитного поля.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Роль твердого ядра крайне важна для понимания эволюции Земли. Хотя его современный объем составляет всего 4% от объема жидкого ядра, эффективность композиционной конвекции, связанной с его ростом, выше, чем тепловой. Выше мы рассмотрели эволюцию параметров, определяющих интенсивность конвекции в жидком ядре Земли, начиная с того момента времени, когда твердое ядро уже существовало. Интересно

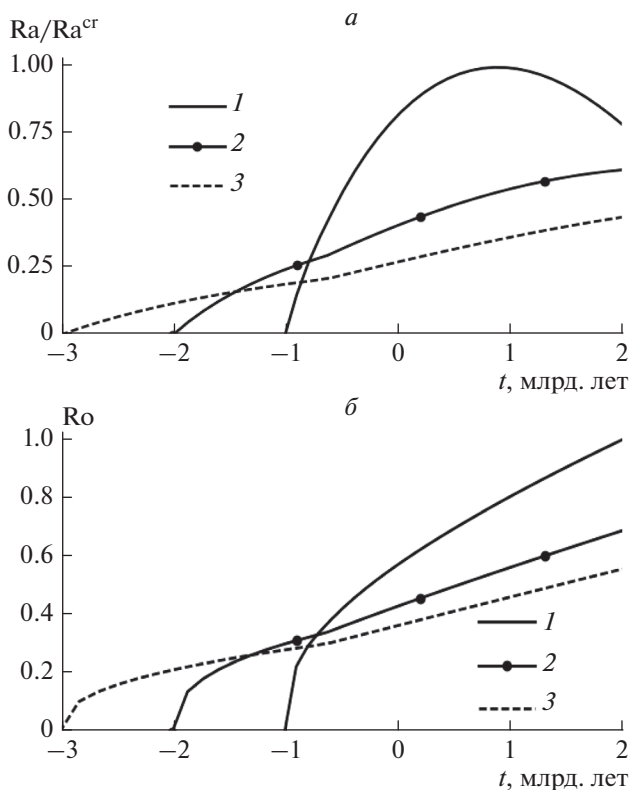


Рис. 3. Эволюция во времени отношения числа Рэлея к критическому значению $\frac{Ra}{Ra_{cr}}$ (а) и числа Россби Ro (б).

сравнить наши предсказания с уже имеющимися работами по трехмерному моделированию. Наиболее близкой к нам является работа [Roberts and Glatzmaier, 2001], в которой на основе модели анеластик, включающей уравнение для легкой примеси, были рассмотрены три режима, для современного размера твердого ядра, малого ядра с размерами 0.25 от современного, и большого — с размером 0.7 от размера жидкого ядра (напомним, что современный радиус твердого ядра равен 0.35 в единицах радиуса жидкого ядра). В отличие от ряда других работ, в этой работе учитывалась зависимость Ω от времени. Авторы показали, что древнее поле было более сильным и стабильным, что согласуется и с нашими оценками. Косвенным тому подтверждением являются и результаты [Kutzner and Christensen, 2000], согласно которым сконцентрированные у границы твердого ядра (т.е. на большой глубине) источники энергии конвекции в ядре Земли, приводят к генерации дипольного магнитного поля, а источники, распределенные в жидком ядре, например, радиоактивные — к генерации квадрупольного поля. Работа [Sakuraba, Kono, 1999], в которой режим без твердого ядра приводил к нестабильному магнитному полю, подтверждает эту идею.

Интересно, что стабильное дипольное магнитное поле при малых размерах твердого ядра противоречит результатам работы [Hollerbach and Jones, 1993] в которой на примере модели динамо среднего поля делается вывод о стабилизирующем эффекте твердого ядра. Позднее [Wicht, 2002] показал, что этот эффект в трехмерных моделях существенно меньше. Авторы работы [Roberts and Glatzmaier, 2001] объясняют это тем, что для больших твердых ядер магнитное поле не проникает на большую глубину и быстро затухает вблизи границы. Обратим внимание, что отдельный интерес заслуживает вопрос включен ли процесс изменения параметров в виде динамического изменения параметров, или ведутся серии расчетов с разным набором постоянных во времени параметров. В работе [Driscoll, Olson, 2009] демонстрируется, что результаты могут быть разными.

Оценки скорости роста твердого ядра выполнены при поддержке гранта РФФИ № 16-17-10097. Изучение влияния вращения поддержано грантом Мин. Обрнауки РФ № 14.Z50.31.0017.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Решетняк М.Ю., Павлов В.Э. Эволюция дипольного геомагнитного поля. Наблюдения и модели // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 56. С. 117–132. 2016.
- Christensen U.R., Aubert J. Scaling properties of convection-driven dynamos in rotating spherical shells and application to planetary magnetic fields // Geophys. J. Int. V. 166. P. 97–114. 2006.
- Braginsky S.I., Roberts P.H. Equations governing convection in Earth's core and the geodynamo // Geophys. Astrophys. Fluid Dynam. V. 14. P. 189–208. 1995.
- Denis C., Rybicki K.R., Schreider A.A., Tomecka-Suchoń S., Varga P. Length of the day and evolution of the Earth's core in the geological past // Astron. Nachr. V. 332. 1. P. 24–35. 2011.
- Driscoll P., Olson P. Polarity reversals in geodynamo models with core evolution // Earth Planet. Sci. Lett. V. 282. P. 24–33. 2009.
- Glatzmaier G.A., Roberts P.H. A three-dimension self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal // Nature. V. 377. P. 203–209. 1995.
- Gubbins D., Alfé D., Masters G., Price G.D., Gillan M. Gross thermodynamics of two-component core convection // Geophys. J. Int. V. 157. P. 1407–1414. 2004.
- Hollerbach R., Jones C.A. Influence of the Earth's inner core on reversals // Nature. V. 365. P. 541–546. 1993.
- Kutzner C., Christensen U. Effects of driving mechanisms in geodynamo models // Geophys. Res. Lett. V. 27. P. 29–32. 2000.
- Labrosse S., Poirier J.-P., Le Mouél J.-L. The age of the inner core // Earth Planet. Sci. Lett. V. 190. P. 11–123. 2001.
- Nimmo F. Energetics of the core in Treatise on Geophysics. V. 8. Ed. Schubert G. London: Elsevier, 345 p. 2007.

- *Olson P.* Core dynamics in Treatise on Geophysics. V. 8. Ed. *Schubert G.* London: Elsevier, 345 p. 2007.
- *Olson P.* Planetary magnetism in Les Houches. Dynamos. Ed. *Cardin Ph., Cugliandolo L.F.* V. 88. 464 p. 2008.
- *Olson P.L., Coe R.S., Driscoll P.E., Glatzmaier G.A., Roberts P.H.* Geodynamo reversal frequency and heterogeneous core–mantle boundary heat flow // *Phys. Earth Planet. Int.* V. 180. P.66–79. 2010.
- *Olson P., Deguen R., Hinnov L.A., Zhong S.* Controls on geomagnetic reversals and core evolution by mantle convection in the Phanerozoic // *Phys. Earth Planet. Int.* V. 214. P. 87–103. 2013.
- *Roberts P.H., Glatzmaier G.A.* The geodynamo, past, present and future // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynam.* V. 94. P. 47–84. 2001.
- *Sakuraba A., Kono M.* Effect of the inner core on the numerical solution of the magnetohydrodynamic dynamo // *Phys. Earth Planer. Inter.* V. 111. P. 105–121. 1999.
- *Wicht J.* Inner core conductivity in numerical dynamo simulations // *Phys. Earth Planet. Int.* V. 132. P. 281–302. 2002.
- *Zhang N., Zhong S.J.* Heat fluxes at the Earth’s surface and core-mantle boundary since Pangea formation and their implications for the geomagnetic superchrons // *Earth Planet. Sci. Lett.* V. 306. P. 205–216. 2011.